官渡区小板桥中学2025年教师招考数学学科课题名称：分式的加减

18.3 分式的加法与减法

与类比分数的乘法与除法学习分式的乘法与除法一样，我们类比分数的加法与减法，学习分式的加法与减法.

思考

观察下列分数加减运算的式子：

$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$，$\frac{1}{5}-\frac{2}{5}=-\frac{1}{5}$，$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$，$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$.

你能将它们推广，得出分式的加减法法则吗？

分式的加减法与分数的加减法实质相同. 类似分数的加减法，分式的加减法法则是：

同分母分式相加减，分母不变，把分子相加减；

异分母分式相加减，先通分，变为同分母的分式，再加减.

上述法则可用式子表示为

$$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c},$$

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}\pm\frac{bc}{bd}=\frac{ad\pm bc}{bd}.$$

例 1 计算：

(1) $\frac{5x+3y}{x^2-y^2}-\frac{2x}{x^2-y^2}$；　　(2) $\frac{m+2n}{n-m}+\frac{n}{m-n}-\frac{2m}{n-m}$.

解： (1) $\frac{5x+3y}{x^2-y^2}-\frac{2x}{x^2-y^2}=\frac{5x+3y-2x}{x^2-y^2}=\frac{3x+3y}{x^2-y^2}$

$$=\frac{3}{x-y};$$

(2) $\frac{m+2n}{n-m}+\frac{n}{m-n}-\frac{2m}{n-m}=\frac{m+2n}{n-m}+\frac{-n}{n-m}-\frac{2m}{n-m}$

$$=\frac{m+2n-n-2m}{n-m}$$

$$=\frac{n-m}{n-m}$$

$$=1.$$

例 2 计算：

(1) $\frac{5}{6ab}-\frac{2}{3ac}+\frac{3}{4abc}$；　　(2) $\frac{12}{m^2-9}+\frac{2}{3-m}$.

解： (1) $\frac{5}{6ab}-\frac{2}{3ac}+\frac{3}{4abc}=\frac{10c}{12abc}-\frac{8b}{12abc}+\frac{9}{12abc}=\frac{10c-8b+9}{12abc}$；

(2) $\frac{12}{m^2-9}+\frac{2}{3-m}=\frac{12}{(m+3)(m-3)}-\frac{2}{m-3}$

$$=\frac{12}{(m+3)(m-3)}-\frac{2(m+3)}{(m-3)(m+3)}$$

$$=\frac{12-2(m+3)}{(m+3)(m-3)}=\frac{-2m+6}{(m+3)(m-3)}$$

$$=\frac{-2(m-3)}{(m+3)(m-3)}$$

$$=-\frac{2}{m+3}.$$

练习

分式的加减法与分数的加减法实质相同. 类似分数的加减法，分式的加减法法则是：

同分母分式相加减，分母不变，把分子相加减；

异分母分式相加减，先通分，变为同分母的分式，再加减.

上述法则可用式子表示为

$$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c},$$

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}\pm\frac{bc}{bd}=\frac{ad\pm bc}{bd}.$$

例 1 计算：

(1) $\frac{5x+3y}{x^2-y^2}-\frac{2x}{x^2-y^2}$；　　(2) $\frac{m+2n}{n-m}+\frac{n}{m-n}-\frac{2m}{n-m}$.

解： (1) $\frac{5x+3y}{x^2-y^2}-\frac{2x}{x^2-y^2}=\frac{5x+3y-2x}{x^2-y^2}=\frac{3x+3y}{x^2-y^2}$

$$=\frac{3}{x-y};$$

(2) $\frac{m+2n}{n-m}+\frac{n}{m-n}-\frac{2m}{n-m}=\frac{m+2n}{n-m}+\frac{-n}{n-m}-\frac{2m}{n-m}$

$$=\frac{m+2n-n-2m}{n-m}$$

$$=\frac{n-m}{n-m}$$

$$=1.$$

例 2 计算：

(1) $\frac{5}{6ab}-\frac{2}{3ac}+\frac{3}{4abc}$；　　(2) $\frac{12}{m^2-9}+\frac{2}{3-m}$.

解： (1) $\frac{5}{6ab}-\frac{2}{3ac}+\frac{3}{4abc}=\frac{10c}{12abc}-\frac{8b}{12abc}+\frac{9}{12abc}=\frac{10c-8b+9}{12abc}$；

(2) $\frac{12}{m^2-9}+\frac{2}{3-m}=\frac{12}{(m+3)(m-3)}-\frac{2}{m-3}$

$$=\frac{12}{(m+3)(m-3)}-\frac{2(m+3)}{(m-3)(m+3)}$$

$$=\frac{12-2(m+3)}{(m+3)(m-3)}=\frac{-2m+6}{(m+3)(m-3)}$$

$$=\frac{-2(m-3)}{(m+3)(m-3)}$$

$$=-\frac{2}{m+3}.$$

练习

1. 计算：

(1) $\frac{x+1}{x}-\frac{1}{x}$；　　(2) $\frac{a}{b+1}+\frac{2a}{b+1}-\frac{3a}{b+1}$.

2. 计算：

(1) $\frac{1}{2c^2d}+\frac{1}{3cd^2}$；　　(2) $\frac{3}{2m-n}-\frac{2m-n}{(2m-n)^2}$；

(3) $\frac{a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a+b}$；　　(4) $\frac{a^2}{a-1}-a-1$.